

分叉与混沌现象和湍流之间的关系

黄永念*

[摘要] 本文综述了近年来用分叉和混沌的观点来研究湍流的发生与发展的机理所取得的某些进展。重点介绍了以下三方面的研究成果: 1. 用分叉与混沌的观点来解释湍流转换的根本机制。2. 用奇怪吸引子和分形的观点来解释湍流运动的不规则性和无序性。揭示湍流运动是流体内在随机性的表现。3. 用拉格朗日观点来研究流体的运动, 探讨在物理空间内混沌运动与湍流运动之间的密切关系。

众所周知, 在流体力学中对湍流运动规律的研究是物理领域内最为困难而至今尚未解决的基础理论问题, 也是具有广泛而重要应用价值的一个应用研究课题。近二十年来, 由于科学和技术的发展, 人们在非线性的科学领域内取得了几项突破性的进展, 如孤立子和拟序结构的发现, 确定性混沌中奇怪吸引子与分形物体的发现等。于是科学家们逐渐相信对分叉与混沌现象的研究最终将有助于了解湍流运动的本质及其产生的根源。1983年诺贝尔奖金学术委员会和美国国家科学基金委员会都对湍流与混沌现象的研究之间的关系作过深入的探讨, 并给出了比较乐观的估计。1984年与1988年两次举行的国际理论和应用力学联合会都把混沌与分叉列为大会的中心议题。近年来美国的许多国家科研机构 and 高等院校把分叉与混沌现象的研究作为解决湍流问题的一个中心课题。美国 Los Alamos 国家实验室和加利福尼亚大学在80年代初期联合成立的非线性研究中心早就把分叉与混沌的研究列为非线性科学的三大中心范例之一。美国 NASA 军事研究中心和斯坦福大学不久前联合成立的湍流研究中心(CTR)从一开始就把分叉与混沌的研究列为五大研究课题之一。下面就我们了解的分叉与混沌研究中已经取得的与湍流问题密切有关的成果作一综合介绍。

混沌与分叉现象的研究揭示了湍流发生的根本机制。目前, 人们越来越清楚地认识到在非线性的动力系统运动状态可以通过分叉现象而发生质的变化。这种分叉现象是系统内部本身固有的一种特性, 它是通过系统的控制参数的变化在某些临界值处发生的。也可以认为系统原有的状态在这种临界状态时发生失稳而造成的。在流体流动中层流和湍流显然是性质完全不同的二种流动状态。湍流是层流流动通过失稳后形成的。因此, 从本质上讲湍流也是流体运动通过各种分叉现象产生的。在混沌与分叉问题中一个重要的研究课题是探索通往混沌状态的各种可能的途径。这实际上也是研究产生湍流的各种途径。

第一种称为费根堡姻途径。这是在70年代后期由美国物理学家费根堡姻为代表的科学

* 北京大学力学系

家发现的周期倍分叉模型。他揭示了一种规则的运动状态(例如某种周期运动)可以通过周期不断加倍的倍分叉方式逐步过渡到完全混乱的混沌运动状态。他通过对一个简单的二次非线性的一维 Logistic 映射的研究,同时发现了二个重要的普适常数 α 和 δ 。 α 代表了每一级分叉时局部结构之间的尺度相似比。 δ 代表了各级临界控制参数之间的收敛比。这种周期倍分叉现象已被液氮的贝纳德热对流的实验结果所证实。重要的是近年来发现这种周期倍分叉现象与流体运动中出现的频率减半的涡旋卷并现象有密切关系。

第二种称为儒埃勒-塔肯斯途径。这是在 70 年代初期由儒埃勒-塔肯斯提出的一种霍普夫分叉模型。他们发现在某些非线性系统中,定态运动经过三次霍普夫分叉,即经过周期运动和准周期运动就能转变为混沌运动。在中间的过渡过程中依次激发出不可公约的新频率。只要连续出现三个不可公约的频率就会出现混沌运动。从相空间来分析,定态运动对应固定点,周期运动对应极限圆,准周期运动对应极限环(二维环面)。对于三维或更高维的环面,即至少含有三个频率的环面,就很容易产生混沌运动了。这种分叉现象已在贝纳德热对流问题和同心圆柱间的泰勒旋转流动问题中得到证实。研究这类过渡现象最常用的方法是观察功率谱的变化。混沌运动对应宽谱的出现。

第三种称为博莫-曼尼维勒途径。这是在 80 年代初期由博莫、曼尼维勒等人提出的一种阵发(即间歇)混沌模型。他们发现在临近发生切分岔现象之前,运动会时出现时而周期时而混沌的阵发(间歇)现象。它反映了运动轨道在临界点以前的某种隧道效应(或所谓瓶颈现象)。并从理论上证明了临界指数为 $-1/2$ 的发散速率。另一种阵发混沌是通过亚临界的滞后分叉产生的。此时系统同时具有两种稳定状态。它们分别具有自己的吸引域,其中一种对应层流状态,另一种对应湍流状态。发生哪种流动状态将依赖于初始扰动的大小。我们通过实验和分析发现槽与圆管流动的过渡状态就属于这种情况。

上面提到的各种现象和过渡方式都是由于确定性的非线性系统内部由于控制参数的变化而产生的。因此,由此产生的确定性的混沌也称为内部的随机性。至于外部的随机噪声或扰动也会对分叉与混沌现象带来很大的影响。它会抹掉高阶分叉的细节,也会影响临界分叉点的位置。前面提到的后一种阵发混沌形式也是与外界扰动有直接联系的。

二

混沌与分叉现象的研究使我们对湍流运动的机制有了新的进一步的认识。我们知道,在自然界的非线性系统中,有两类系统是最重要、最常见、也是人们最关心的系统。一类是过程不可逆的耗散系统。例如具有摩擦阻尼,粘性耗散,热扩散和热传导等系统。这类系统的一个典型特征是在相空间内,相体积随时间的演变要趋向于零。因此,在相空间内的所有运动轨道最终要被吸引到一个维数比较低的点集上去。这种点集通常叫做吸引子。另一类是过程可逆的守恒系统,也称保守系统或哈密顿系统。这类系统的典型特征是相空间内相体积不随时间变化而保持恒定的数值。因此在这类系统中不存在吸引子。美国气象学家洛伦兹在 1963 年研究大气热对流问题中首先发现了在耗散的非线性动力系统中存在一种称为奇怪吸引子的奇特结构。系统处于不规则的混沌运动状态是由于这种奇怪吸引子的作用的缘故。这种奇怪吸引子是一个由无穷多个不稳定点集组成的有界集合体。它的一个最重要的特征是对初始条件

有非常敏感的依赖性。在有这种奇怪吸引子存在的系统中,任何两个初始时刻非常接近的运动轨道最终将以指数形式互相分离。这正好解释了湍流运动中观察到的质点轨道是混乱运动的现象。这种奇怪吸引子的另外一个特征是它有着非常复杂的拓扑结构和几何形式。70年代后期美国科学家芒德尔布霍引进了分形(即维数是非整数的对象)的新概念,并成功地用来解释这种奇怪吸引子的结构,这一新概念很快被科学家们普遍接受。事实上,这种分形物体在自然界普遍存在着,它是非线性系统所独有的一种特殊结构。它有一个极其重要的特征:即具有某种特定的自相似自嵌套的结构形式。具体来讲,它的某些局部地方的精细结构和它的总体结构具有相似的形式。这些分形物体有特定而普适的自相似尺度比,因此,它并不是完全不规则的。这种分形结构与湍流流动中所观察到的现象有很多相似之处。因为在湍流运动中处处出现大小不同但有规则的旋涡,通常把这种规则的旋涡称为拟序结构。如何把奇怪吸引子和拟序结构联系起来是当前人们普遍关心的问题。

应该指出,目前对混沌现象的研究绝大部分局限于低维动力系统,而湍流运动则普遍被认为是一种维数相当高的流动。人们要用混沌的观点来定量解释完全发展的湍流运动还需要有革命性的突破,这也是目前普遍关注的一个中心研究课题。美国物理学家甘贝尔(美国 Los Alamos 国家实验室非线性研究中心主任)在一篇综述性文章中提出一种模式简化方法,他认为这种方法可能是理解混沌与湍流之间关系的核心。甘贝尔还指出对于像湍流这种复杂流动问题,可以通过一种原型方程来研究其中拟序结构和混沌之间的内在联系。

三

拉格朗日型湍流的研究使人们能在物理空间内观察到各种混沌和分叉现象,从而为用混沌的观点描述复杂的湍流运动提供了一种直观的有效方法。上面已经提到,非线性系统中有一类是保守系统,它虽然不存在奇怪吸引子,但在不可积的系统中也会呈现出分叉与混沌现象。更有意思的是在这种保守系统中出现的混沌现象似乎与湍流现象有着更为密切的关系,因为在保守系统的相空间中类似旋涡形状的规则运动区域与表征湍流运动的不规则混沌运动区域是互相交织在一起且同时并存的。在规则运动中包含着小尺度的混沌运动,在混沌运动中又包含着更小尺度的规则运动。描述规则运动变化的是著名的 KAM 定理(柯尔莫哥洛夫,阿诺尔德和莫塞尔定理),描述混沌与分叉运动的是彭加勒-贝尔霍夫定理。不可压缩流体的质量守恒定律正好对应保守系统的相体积守恒特性。因此,从拉格朗日观点,即流体质点运动的观点出发,分析流体质点在物理空间内的运动轨迹,就可以观察到在一定的条件下流体的真实湍流运动状况,这种湍流就称为拉格朗日型湍流。在最近几年中,这类拉格朗日型的湍流运动已经日益受到重视。我们知道,在湍流问题的研究中,从拉格朗日观点研究湍流扩散的运动规律曾取得过很大的成功。但除此以外,绝大多数问题都是从欧拉观点即场的观点来考虑的。现在人们又开始重视拉格朗日观点的研究方法,这种方法的优点是在物理空间而不是在相空间内观察质点的运动状况,就更具有说服力。而且可以借助计算机实验的新型手段直接模拟真实的湍流流动状态,并同时用实验测量来进行检验。目前已经在两大类流动中取得了显著的成果。一类是三维定常流动,另一类是二维不定常流动。前者相应于三维连续动力系统,后者相应于二维离散动力系统。这些都是出现混沌运动的最简单的非线性系统。典

型的流动实例有 ABC 流动(阿诺尔德, 贝尔特拉米和恰尔特勒斯流动), 二偏心圆柱间的斯托克斯流动, 脉冲源汇流动和交替旋涡流动等。其中二偏心圆柱间粘性流体的小雷诺数斯托克斯流动的计算结果与实验室的测量和观察结果符合得相当好。人们从这些典型的流动中清楚地观察到规则的大涡和不规则的小涡并存以及它们逐渐演化的情况。

此外, 苏联科学家阿诺尔德还首先发现了在保守系统中还有一种混沌运动区域逐渐向外扩散的所谓阿诺尔德扩散现象, 这种现象与湍流现象的关系更为密切。拉格朗日型湍流的研究给我们解决湍流问题提供了新的途径。可以预言这类研究工作不久将会有更大的进展。

综上所述, 分叉与混沌的研究工作给湍流问题的解决带来了新的希望。而且对湍流现象的更深的了解反过来又会推动整个非线性科学的发展。前途是光明的, 但道路是艰难的。

THE RELATION AMONG BIFURCATION, CHAOS AND TURBULENCE IN FLUIDS

Huang Yongnian

(*Department of Mechanics, Beijing University*)

Abstract

This paper reviews some developments in the mechanism of the onset and development of turbulence from the view point of bifurcation and chaos. We focus on the research achievements in the following three respects:

1. To explain the fundamental mechanism of the transition to turbulence from the view point of bifurcation and chaos.
2. To explain the irregularity and randomness of turbulence from the view point of the strange attractor and fractal.
3. To study the fluid motion in the Lagrangian representation so as to find out the close relations between the chaotic motion and turbulent motion.